

【物理試題】

【本考科不可使用計算機】

答案請務必寫在試卷本上，並請標明題號，試題隨卷繳回

1. 波耳 (Bohr) 的原子模型，巧妙地連結了古典與量子物理，並成功解釋了氫原子的一些特性。在兩個假設之下，(1) 帶負電 (-e) 的電子與帶正電 (+e) 的質子，因為庫倫力的吸引讓電子圍繞質子做圓周運動；(2) 電子的軌道角動量必須是量化的數值 $L = nh/2\pi$ ，不能是任意數。而 $n = 1, 2, 3, \dots$ 是電子的軌道量子數， h 是普朗克常數 $6.626 \times 10^{-34} \text{ (m}^2 \text{ kg)}/\text{s}$ 。

(a) 請寫下在氫原子的電子在基態時 ($n=1$)，電子的軌道半徑 (波爾半徑) 的表現式，和數值以 SI 單位公尺。(電子質量 $m_e = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$ ，真空介電係數 $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/(\text{N m}^2)$) [3 分]

(b) 利用古典的表現式，電子的總能量是動能加上庫倫位能。請證明電子在任一能階 n 的能量表現式

$$E_n = -\frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \frac{1}{n^2} \quad [6 \text{ 分}]$$

(c) 電子在不同能階的躍遷，產生能量的變動。從高能階降到低能階會以光的形式放出能量。從高能階降到 $n=2$ 能階放出的光剛好落在可見光的波長範圍。對於從 $n=4$ 降到 $n=2$ ，請問放出的光波長是？ [4 分]

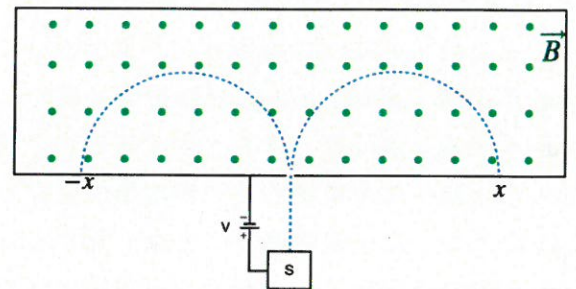
2. 帶電粒子在均勻穩定的電磁場中會受到庫倫力 $\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$ 產生加速度而改變速度與方向 \vec{v} 。我們利用這個原理測量帶電粒子的質量。圖中有一個射源放出 α^{++} 粒子。經過電位的加速後

(a) 假設 α^{++} 粒子的質量為 m ，在進入腔體時的速度為何？ [3 分]

(b) 腔體內有均勻磁場，方向為出紙面。 α^{++} 粒子的運動方向是朝 $+x$ 或是 $-x$ 方向移動？ [3 分]

(c) 如果磁場強度為 10 mT ，粒子打到腔體底面離入射位置的距離是 $|x| = 1.28$ 公尺，加速電位 $V = 1000 \text{ V}$ ，請問 α^{++} 粒子的質量為多少？ [3 分]

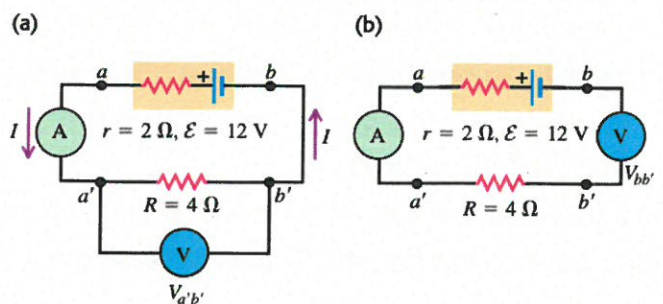
(d) 如果原子質量單位 $1u = 1.66 \times 10^{-27} \text{ kg}$ ，這個 α^{++} 粒子是由幾個質子與中子組成的 (如果我們知道 α^{++} 粒子為不帶電子的離子)。 [4 分]



3. 當你正確地使用電壓計 (V，假設電壓計電阻為無限大) 並聯測量電位與電流計串連測量電流時 (圖 a)

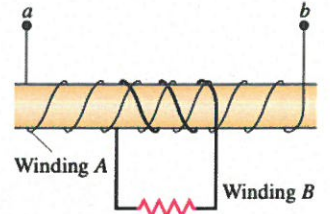
(a) 請寫下 ab 兩點電位差 V_{ab} 、 $a'b'$ 電位差 $V_{a'b'}$ 、與電流值 I 。 [3 分]

(b) 如果錯誤地將電阻計串連在電路中 (如圖 b)，此時測量到的電位差 V_{ab} 、 $V_{a'b'}$ 和電流值 I 是多少。 [4 分]



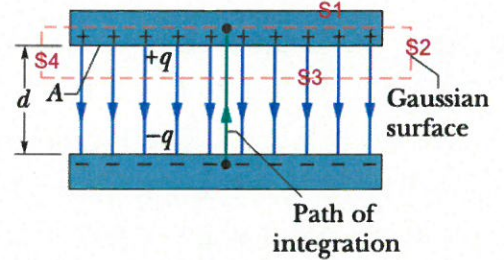
4. 安培定律指出理想的線圈中會產生均勻的磁場，其強度只跟電流 i 與線圈密度 n 有關 $B = \mu_0 i n$ 。如圖示意導線纏繞方向，且線圈 A 密度為每公分 220 圈。如果 1.5 A 電流從 a 到 b，請問：

- (a) 磁場的方向是左往右或是右往左？磁通量大小為多少？假設線圈的直徑是 3.2 公分。 [3 分] ($\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{Wb}/(\text{A m})$)
- (b) 另一個有 130 圈的線圈 B 如圖有同樣的直徑。當線圈 A 在 2.5 ms 間內將電流由 1.5 A 降為零。請問線圈 B 產生的電動勢是多少。電流方向對電阻 R 而言是由左到右還是由右到左。 [4 分]

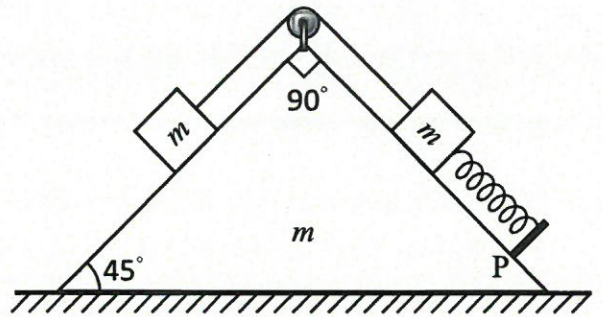


5. 高斯定律指出對一個封閉曲面，內部的電荷分佈與電場的關係式。對圖中的高斯面，我們可以簡化成二維的四個面的電通量的和。 $\sum_s \vec{E} \cdot \vec{A} = q/\epsilon_0$ 。對一對平行金屬電板充電，如果電板的面積為 2 m^2 ，板間距離為 5 mm，當充電了 $\pm 35.4 \mu\text{C}$ 的電量。

- (a) 平行電板中的電場強度是多少？ [3 分]
- (b) 兩個電板間的電位差是多少？ [3 分]
- (c) 平行電板的電容是多少？ [4 分]



6. 有一個側視面為等腰直角三角形的斜面塊（以下簡稱為「斜塊」）置於光滑水平面上，質量為 m ，如右圖。其兩側的光滑斜面上各置有一個體積可忽略的小方塊（以下簡稱為「方塊」），可視為質點，質量亦皆為 m ，兩方塊透過一條輕質無彈性的細繩繞過三角塊頂端的滑輪連接。右側斜面的方塊以一個彈力常數為 k 的輕質彈簧連接到斜面上的一個固定點 P 點。當兩方塊的垂直高度相同時，彈簧的伸長量為零。假設水平座標向右為正向，垂直座標向上為正向。以下所有過程中方塊都保持在斜面上，細繩都保持在拉直的狀態。



- (a) 以手將右側方塊沿斜面向右下方拉，以致彈簧的壓縮量值為 L ，接著由靜止釋放該方塊。當彈簧的伸長量值第一次達到 L 時，斜塊之質心相對於地面的水平位移為多少？ [5 分]
- (b) 承上題，此時細繩的張力為多少？ [5 分]
- (c) 承上題，此時左、右方塊和斜面之間的正向力分別為多少？ [8 分]
- (d) 承上題，在此後，當左、右方塊的水平高度再次相同時，此時斜塊相對於地面的水平速度為多少？ [5 分]
- (e) 承上題，該系統顯然是一個週期性運動的系統，其週期為多少？ [7 分]
- (f) 承上題，在一個週期內，斜塊相對於地面之水平加速度的最大量值是多少？ [6 分]
- (g) 假設兩方塊和左、右斜面間有摩擦力，動摩擦係數皆為 f_k ，靜摩擦係數皆為 f_s ，而斜塊和水平面之間無摩擦力。該系統如同 (a) 小題一樣，在彈簧壓縮量值為 L 時由靜止啟動，最後當兩方塊相對於斜面都靜止不再運動時，量得彈簧的壓縮量值為 X ，求此時斜塊相對於地面的水平速度，以及整個過程中整個系統因摩擦力所產生的熱能是多少？ [4 分]

7. 考慮全反射效應。有一束單頻率的光在某長薄板形的介質中前進，該介質之外為真空，其介面為完全平面。已知一般可見光之折射率可用此式來近似 $n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2}$ ，其中 λ 為真空中的波長，A、B 為對應到不同介質材料的常數。

- (a) 求出全反射臨角 θ_c 隨頻率 f 變化的函數 $\theta_c(f)$ 。 [5 分]
- (b) 已知某一單頻率的光在某介質中的折射率為 1.5、 $A=1.49$ 、 $B=0.0049 \mu\text{m}^2$ ，則該光在該介質中的波長為多少奈米？ [5 分]

[試題隨卷交回]